



ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Курс «Институциональная экономика»

Семинар 4. Теория контрактов.

Неблагоприятный отбор

Прахов Илья Аркадьевич

к.э.н., доцент Департамента прикладной экономики

17/18 февраля 2025 г.

Неблагоприятный отбор

❑ Оппортунистическое поведение, доступное агенту до заключения контракта. Агент, манипулируя частной информацией, добивается от принципала заключения контракта на наиболее выгодных для себя условиях

❑ Факторы возникновения

- Наличие у агента скрытой информации
- Издержки измерения



Механизмы борьбы с неблагоприятным отбором

❑ **Фильтрация (скрининг)** – действия неинформированного участника контракта, по реакции на которые со стороны информированного участника он получает необходимую информацию.

❑ **Сигналы** – действия информированного участника контракта, ставящие своей целью донести определенную информацию до неинформированного участника.

❑ **Рационирование** – действия неинформированного участника контракта, состоящие в предъявлении информированному участнику контракта требований, напрямую не связанных с показателями, влияющими на прибыль неинформированного участника.



Типовая задача на неблагоприятный отбор (механизм фильтрации)

Дано:

Нейтральный к риску монополист производит товар с постоянными предельными издержками $c = \frac{1}{4}$ и реализует его потребителю по цене $P = P(Q)$, где Q — количество товара. Функция полезности потребителя имеет вид $U = \theta \cdot V(Q) - P$, где $V(Q) = \ln(Q + 1)$. Значение параметра θ — частная информация потребителя. Однако продавцу известно, что θ может с равной вероятностью принимать значения 2 и 3, т.е. потребитель может ценить данный товар низко (тип 1) или высоко (тип 2).

Задание:

1) Определите вид контрактов $\{P, Q\}$, предлагаемых монополией потребителям разных типов в случае симметричной информации.

2) Покажите, что найденные в предыдущем пункте контракты не являются оптимальными в случае асимметрии информации. В чем проявляется проблема неблагоприятного отбора в данном взаимодействии? Покажите, каким образом монополист может решить эту проблему, используя механизм фильтрации.

3) Определите, какие контракты предложит монополия потребителям разных типов в случае асимметричной информации с целью борьбы с неблагоприятным отбором. Для этого, прежде всего, определите условия участия и условия совместимости по стимулам для потребителей обоих типов и покажите (графически и аналитически), какие из этих условий эффективны в точке оптимального контракта.



Вопрос 1

1) Определите вид контрактов $\{P, Q\}$, предлагаемых монополией потребителям разных типов в случае симметричной информации.

Задача принципала:

$$\pi_i = P_i - cQ_i \Rightarrow \max_{P_i, Q_i}$$
$$\theta_i \ln(Q_i + 1) - P_i \geq \bar{u} \quad - \text{условие участия}$$

$$c = \frac{1}{4}, \quad \bar{u} = u(0,0) = 0$$

$$P_i = \theta_i \ln(Q_i + 1)$$

$$\pi_i = \theta_i \ln(Q_i + 1) - \frac{1}{4} Q_i \Rightarrow \max_{Q_i}$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial Q_i} = \frac{\theta_i}{Q_i + 1} - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow Q_i = 4\theta_i - 1$$

$$\theta_1 = 2: Q_1 = 4 \cdot 2 - 1 = 7, \quad P_1 = 2 \ln(7 + 1) = 2 \ln 8 = 6 \ln 2$$

$$\theta_2 = 3: Q_2 = 4 \cdot 3 - 1 = 11, \quad P_2 = 3 \ln(11 + 1) = 3 \ln 12$$



Вопрос 2

2) Покажите, что найденные в предыдущем пункте контракты не являются оптимальными в случае асимметрии информации. В чем проявляется проблема неблагоприятного отбора в данном взаимодействии? Покажите, каким образом монополист может решить эту проблему, используя механизм фильтрации.

Аналитически. Полезности, получаемые агентами от «своих» контрактов:

$$u_1(P_1, Q_1) = 2 \ln(7+1) - 6 \ln 2 = 2 \ln 8 - 6 \ln 2 = 0$$

$$u_2(P_2, Q_2) = 3 \ln(11+1) - 3 \ln 12 = 0$$

В условиях асимметричной информации типы агентов ненаблюдаемы, поэтому они могут претендовать на «чужие» контракты:

$$u_1(P_2, Q_2) = \theta_1 \ln(Q_2 + 1) - P_2 = 2 \ln 12 - 3 \ln 12 = -\ln 12 < 0 \quad \text{возьмет «свой» контракт}$$

$$u_2(P_1, Q_1) = \theta_2 \ln(Q_1 + 1) - P_1 = 3 \ln 8 - 2 \ln 8 = \ln 8 > 0 \quad \text{возьмет «чужой» контракт}$$

Таким образом, все агенты возьмут один и тот же контракт:

$$Q_1^* = 7, P_1^* = 6 \ln 2; Q_2^* = 7, P_2^* = 6 \ln 2.$$



Вопрос 2

Симметричная информация. Монополист дискриминирует потребителей:

$$\pi_1 = 2 \ln 8 - \frac{1}{4} \cdot 7 \approx 2,4$$

$$\pi_2 = 3 \ln 12 - \frac{1}{4} \cdot 11 \approx 4,7$$

$$\pi = \frac{1}{2} \cdot 2,4 + \frac{1}{2} \cdot 4,7 = 3,56$$

Асимметричная информация. Все потребители берут одинаковые контракты:

$$\pi = 2 \ln 8 - \frac{1}{4} \cdot 7 \approx 2,4$$



Вопрос 2

Графически. Построим график функции полезности в координатах (P, Q).

$$u_i = \theta_i \ln(Q_i + 1) - P_i$$

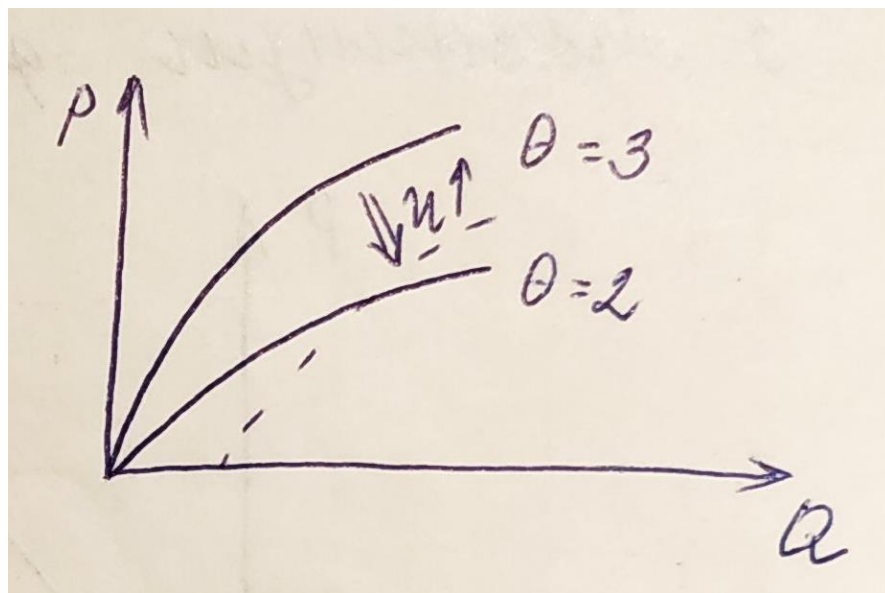
Неявная функция $F : u_i - \theta_i \ln(Q_i + 1) + P_i \equiv 0$

Теорема о
неявной функции

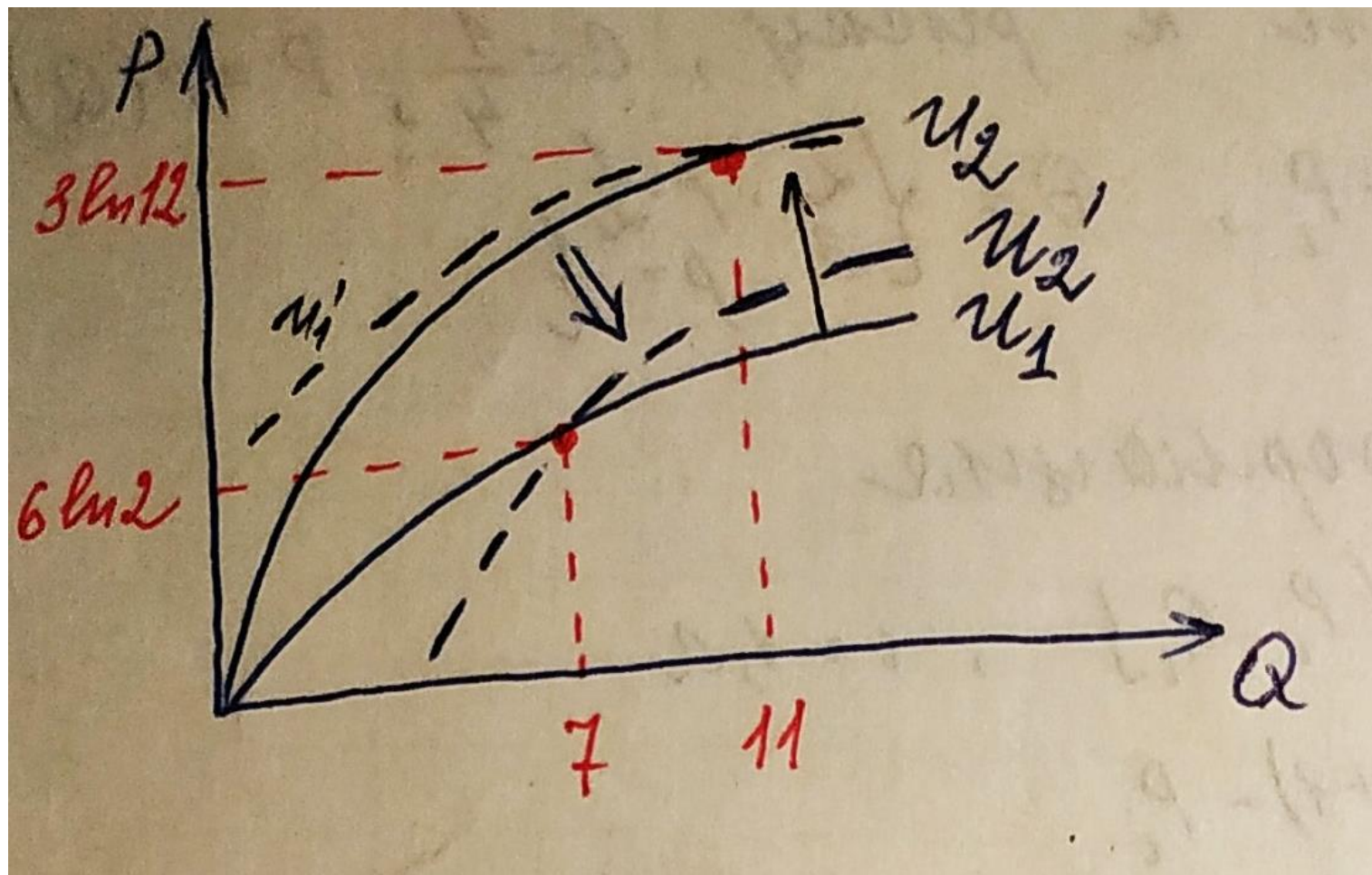
$$\frac{dP}{dQ} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial Q}}{\frac{\partial F}{\partial P}} = - \frac{\theta}{Q+1} = \frac{\theta}{Q+1} > 0$$

$$\frac{d^2 P}{dQ^2} = \frac{d}{dQ} \left(\frac{dP}{dQ} \right) = - \frac{\theta}{(Q+1)^2} < 0$$

Функция полезности вогнутая,
с ростом θ растет наклон:



Вопрос 2



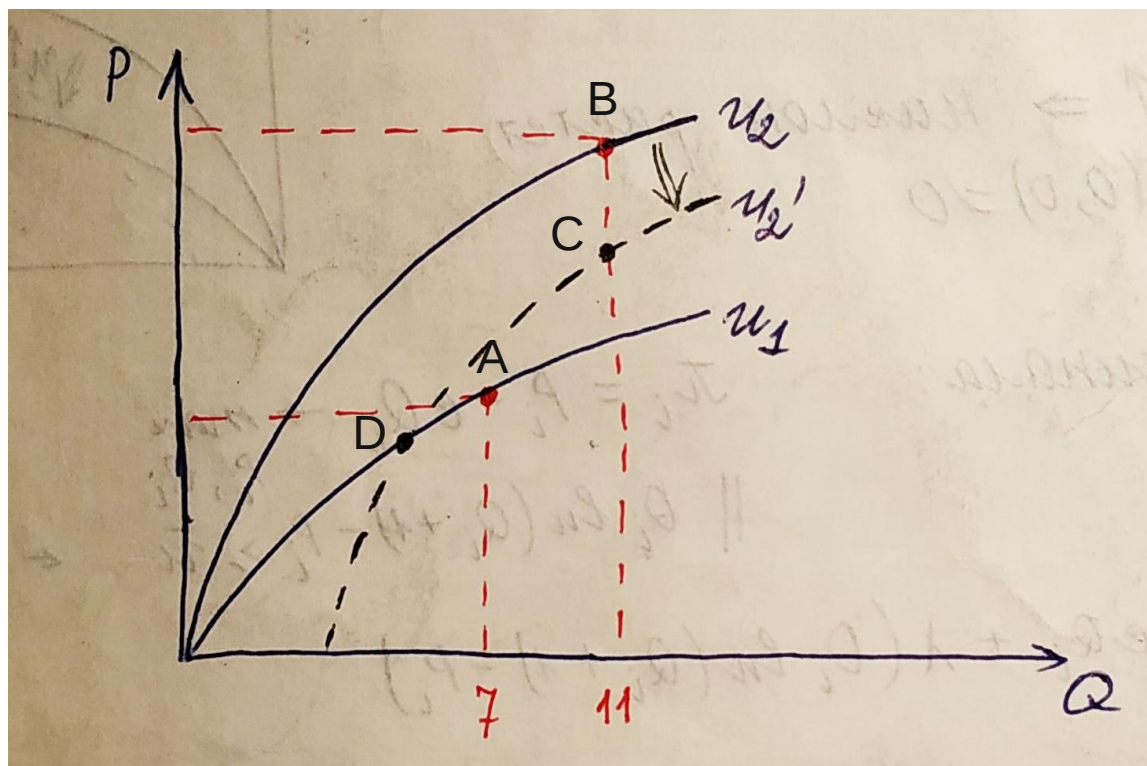
Вопрос 2. Продолжение

Обоснование механизма фильтрации. Необходимо ввести ограничения совместимости по стимулам (полезность от «своего» контракта должна быть не меньше полезности от «чужого» контракта). Такой контракт позволит монополисту дифференцировать агентов.

$$\theta_i \ln(Q_i + 1) - P_i \geq \theta_i \ln(Q_j + 1) - P_j, \quad i, j = \{1, 2\}, \quad i \neq j$$



Механизм фильтрации



Монополист фиксирует $Q_2=11$ и подбирает P_2 так, чтобы агент второго типа стал безразличен между «своим» (т. C) и «чужим» (т. D) контрактом.

Вопрос 3

3) Определите, какие контракты предложит монополия потребителям разных типов в случае асимметричной информации с целью борьбы с неблагоприятным отбором. Для этого, прежде всего, определите условия участия и условия совместимости по стимулам для потребителей обоих типов и покажите (графически и аналитически), какие из этих условий эффективны в точке оптимального контракта.

Задача монополиста:
$$E\pi = \frac{1}{2} \left(P_1 - \frac{1}{4} Q_1 \right) + \frac{1}{2} \left(P_2 - \frac{1}{4} Q_2 \right) \Rightarrow \max_{P_1, Q_i}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_1 \ln(Q_1 + 1) - P_1 \geq 0 \\ \theta_2 \ln(Q_2 + 1) - P_2 \geq 0 \\ \theta_1 \ln(Q_1 + 1) - P_1 \geq \theta_1 \ln(Q_2 + 1) - P_2 \\ \theta_2 \ln(Q_2 + 1) - P_2 \geq \theta_2 \ln(Q_1 + 1) - P_1 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Условия участия} \\ \\ \text{Условия} \\ \text{совместимости} \\ \text{по стимулам} \end{array}$$



Вопрос 3. Решение

$$E\pi = \frac{1}{2}(P_1 - cQ_1) + \frac{1}{2}(P_2 - cQ_2) \Rightarrow \max_{P_i, Q_i}$$

$$\begin{cases} \theta_1 \ln(Q_1 + 1) - P_1 = 0 \\ \theta_2 \ln(Q_2 + 1) - P_2 = \theta_2 \ln(Q_1 + 1) - P_1 \end{cases}$$

$$E\pi = \frac{1}{2}\left(P_1 - \frac{1}{4}Q_1\right) + \frac{1}{2}\left(P_2 - \frac{1}{4}Q_2\right) \Rightarrow \max_{P_i, Q_i}$$

$$\begin{cases} 2\ln(Q_1 + 1) - P_1 = 0 \\ 3\ln(Q_2 + 1) - P_2 = 3\ln(Q_1 + 1) - P_1 \end{cases}$$



Вопрос 3

$$E\pi = \frac{1}{2}\left(P_1 - \frac{1}{4}Q_1\right) + \frac{1}{2}\left(P_2 - \frac{1}{4}Q_2\right) \Rightarrow \max_{P_i, Q_i}$$

$$\begin{cases} 2\ln(Q_1 + 1) - P_1 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} 3\ln(Q_2 + 1) - P_2 = 3\ln(Q_1 + 1) - P_1 \end{cases} \quad (2)$$

$$(1) : P_1 = 2\ln(Q_1 + 1)$$

$$\begin{aligned} (2) : P_2 &= 3\ln(Q_2 + 1) - 3\ln(Q_1 + 1) + P_1 = \\ &= 3\ln(Q_2 + 1) - 3\ln(Q_1 + 1) + 2\ln(Q_1 + 1) = \\ &= 3\ln(Q_2 + 1) - \ln(Q_1 + 1) \end{aligned}$$

$$E\pi = \frac{1}{2}\left(2\ln(Q_1 + 1) - \frac{1}{4}Q_1\right) + \frac{1}{2}\left(3\ln(Q_2 + 1) - \ln(Q_1 + 1) - \frac{1}{4}Q_2\right) \rightarrow \max_{Q_1, Q_2}$$



Вопрос 3

$$E\pi = \frac{1}{2} \left(2\ln(Q_1 + 1) - \frac{1}{4}Q_1 \right) + \frac{1}{2} \left(3\ln(Q_2 + 1) - \ln(Q_1 + 1) - \frac{1}{4}Q_2 \right) \rightarrow \max_{Q_1, Q_2}$$

$$\frac{\partial E\pi}{\partial Q_1} = \frac{1}{Q_1 + 1} - \frac{1}{8} - \frac{1}{2(Q_1 + 1)} = 0$$

$$\frac{1}{2(Q_1 + 1)} = \frac{1}{8} \Rightarrow Q_1 + 1 = 4 \Rightarrow Q_1 = 3$$

$$P_1 = 2\ln(Q_1 + 1) = 2\ln 4 = 4\ln 2$$

$$\frac{\partial E\pi}{\partial Q_2} = \frac{3}{2(Q_2 + 1)} - \frac{1}{8} = 0$$

$$\frac{3}{Q_2 + 1} = \frac{1}{4} \Rightarrow Q_2 + 1 = 12 \Rightarrow Q_2 = 11$$

$$P_2 = 3\ln(Q_2 + 1) - \ln(Q_1 + 1) = 3\ln 12 - \ln 4 = 3\ln 12 - 2\ln 2$$



Вопрос 3

$$\begin{aligned} E\pi &= \frac{1}{2} \left(4 \ln 2 - \frac{3}{4} \right) + \frac{1}{2} \left(3 \ln 12 - 2 \ln 2 - \frac{11}{4} \right) = \\ &= 2 \ln 2 - \frac{3}{8} + \frac{3}{2} \ln 12 - \ln 2 - \frac{11}{8} = \frac{3}{2} \ln 12 + \ln 2 - \frac{7}{4} \approx 2,67 \end{aligned}$$

$$2,4 < 2,67 < 3,56$$

