



**ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ**

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

## **Курс «Институциональная экономика»**

### **Семинар 4. Теория контрактов.**

### **Неблагоприятный отбор**

---

**Прахов Илья Аркадьевич**

к.э.н., доцент Департамента прикладной экономики

26/27 февраля 2024 г.

# Неблагоприятный отбор

---

❑ Оппортунистическое поведение, доступное агенту до заключения контракта. Агент, манипулируя частной информацией, добивается от принципала заключения контракта на наиболее выгодных для себя условиях

❑ Факторы возникновения

- Наличие у агента скрытой информации
- Издержки измерения



## **Механизмы борьбы с неблагоприятным отбором**

---

□ **Фильтрация (скрининг)** – действия неинформированного участника контракта, по реакции на которые со стороны информированного участника он получает необходимую информацию.

□ **Сигналы** – действия информированного участника контракта, ставящие своей целью донести определенную информацию до неинформированного участника.

□ **Рационирование** – действия неинформированного участника контракта, состоящие в предъявлении информированному участнику контракта требований, напрямую не связанных с показателями, влияющими на прибыль неинформированного участника.



# Типовая задача на неблагоприятный отбор (механизм фильтрации)

---

**Дано:**

Нейтральный к риску монополист производит товар с постоянными предельными издержками  $c = \frac{1}{4}$  и реализует его потребителю по цене  $P = P(Q)$ , где  $Q$  — количество товара. Функция полезности потребителя имеет вид  $U = \theta \cdot V(Q) - P$ , где  $V(Q) = \ln(Q + 1)$ . Значение параметра  $\theta$  — частная информация потребителя. Однако продавцу известно, что  $\theta$  может с равной вероятностью принимать значения 2 и 3, т.е. потребитель может ценить данный товар низко (тип 1) или высоко (тип 2).

**Задание:**

1) Определите вид контрактов  $\{P, Q\}$ , предлагаемых монополией потребителям разных типов в случае симметричной информации.

2) Покажите, что найденные в предыдущем пункте контракты не являются оптимальными в случае асимметрии информации. В чем проявляется проблема неблагоприятного отбора в данном взаимодействии? Покажите, каким образом монополист может решить эту проблему, используя механизм фильтрации.

3) Определите, какие контракты предложит монополия потребителям разных типов в случае асимметричной информации с целью борьбы с неблагоприятным отбором. Для этого, прежде всего, определите условия участия и условия совместимости по стимулам для потребителей обоих типов и покажите (графически и аналитически), какие из этих условий эффективны в точке оптимального контракта.



# Вопрос 1

---

1) Определите вид контрактов  $\{P, Q\}$ , предлагаемых монополией потребителям разных типов в случае симметричной информации.

Задача принципала:

$$\pi_i = P_i - cQ_i \Rightarrow \max_{P_i, Q_i}$$
$$\|\theta_i \ln(Q_i + 1) - P_i \geq \bar{u} \quad - \text{условие участия}$$
$$c = \frac{1}{4}, \quad \bar{u} = u(0,0) = 0$$

$$P_i = \theta_i \ln(Q_i + 1)$$

$$\pi_i = \theta_i \ln(Q_i + 1) - \frac{1}{4}Q_i \Rightarrow \max_{Q_i}$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial Q_i} = \frac{\theta_i}{Q_i + 1} - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow Q_i = 4\theta_i - 1$$

$$\theta_1 = 2: Q_1 = 4 \cdot 2 - 1 = 7, \quad P_1 = 2 \ln(7 + 1) = 2 \ln 8 = 6 \ln 2$$

$$\theta_2 = 3: Q_2 = 4 \cdot 3 - 1 = 11, \quad P_2 = 3 \ln(11 + 1) = 3 \ln 12$$



## Вопрос 2

---

2) Покажите, что найденные в предыдущем пункте контракты не являются оптимальными в случае асимметрии информации. В чем проявляется проблема неблагоприятного отбора в данном взаимодействии? Покажите, каким образом монополист может решить эту проблему, используя механизм фильтрации.

**Аналитически.** Полезности, получаемые агентами от «своих» контрактов:

$$u_1(P_1, Q_1) = 2 \ln(7+1) - 6 \ln 2 = 2 \ln 8 - 6 \ln 2 = 0$$

$$u_2(P_2, Q_2) = 3 \ln(11+1) - 3 \ln 12 = 0$$

В условиях асимметричной информации типы агентов ненаблюдаемы, поэтому они могут претендовать на «чужие» контракты:

$$u_1(P_2, Q_2) = \theta_1 \ln(Q_2 + 1) - P_2 = 2 \ln 12 - 3 \ln 12 = -\ln 12 < 0 \quad \text{возьмет «свой» контракт}$$

$$u_2(P_1, Q_1) = \theta_2 \ln(Q_1 + 1) - P_1 = 3 \ln 8 - 2 \ln 8 = \ln 8 > 0 \quad \text{возьмет «чужой» контракт}$$

Таким образом, все агенты возьмут один и тот же контракт:

$$Q_1^* = 7, P_1^* = 6 \ln 2; Q_2^* = 7, P_2^* = 6 \ln 2.$$



## Вопрос 2

---

Симметричная информация. Монополист дискриминирует потребителей:

$$\pi_1 = 2 \ln 8 - \frac{1}{4} \cdot 7 \approx 2,4$$

$$\pi_2 = 3 \ln 12 - \frac{1}{4} \cdot 11 \approx 4,7$$

$$\pi = \frac{1}{2} \cdot 2,4 + \frac{1}{2} \cdot 4,7 = 3,56$$

Асимметричная информация. Все потребители берут одинаковые контракты:

$$\pi = 2 \ln 8 - \frac{1}{4} \cdot 7 \approx 2,4$$



## Вопрос 2

**Графически.** Построим график функции полезности в координатах (P, Q).

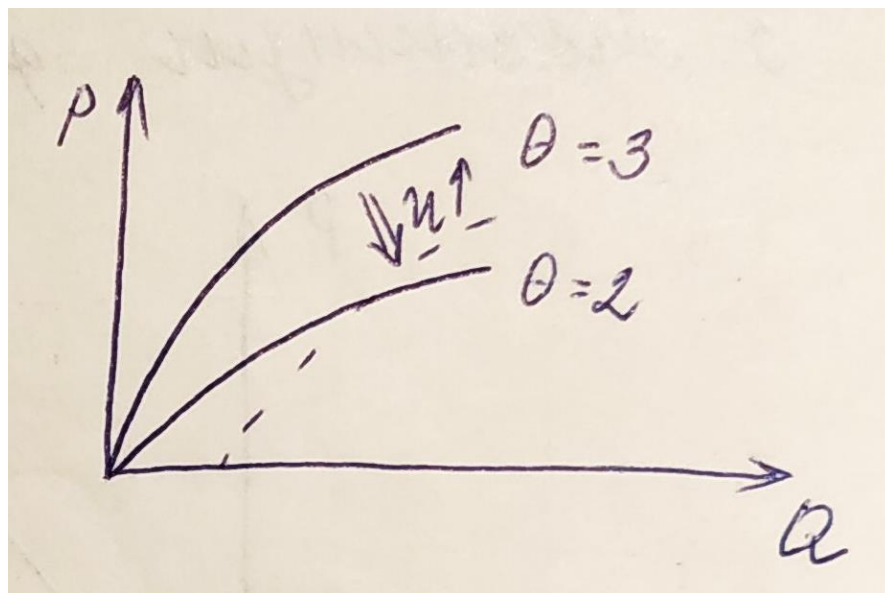
$$u_i = \theta_i \ln(Q_i + 1) - P_i$$

Неявная функция  $F : u_i - \theta_i \ln(Q_i + 1) + P_i \equiv 0$

Теорема о  
неявной функции  $\frac{dP}{dQ} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial Q}}{\frac{\partial F}{\partial P}} = -\frac{\theta}{Q+1} = \frac{\theta}{Q+1} > 0$

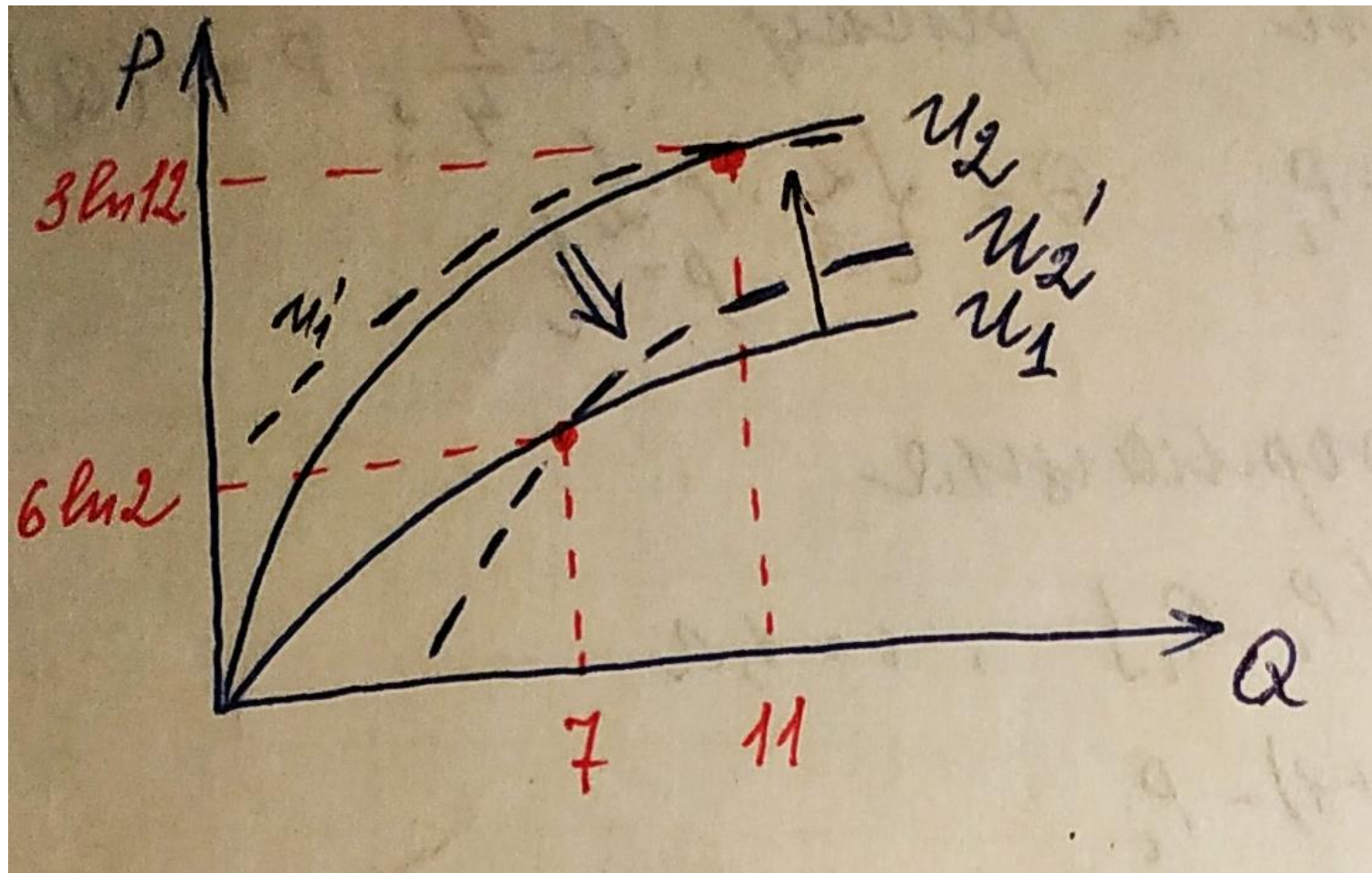
$$\frac{d^2P}{dQ^2} = \frac{d}{dQ} \left( \frac{dP}{dQ} \right) = -\frac{\theta}{(Q+1)^2} < 0$$

Функция полезности вогнутая,  
с ростом  $\theta$  растет наклон:





## Вопрос 2



## Вопрос 2. Продолжение

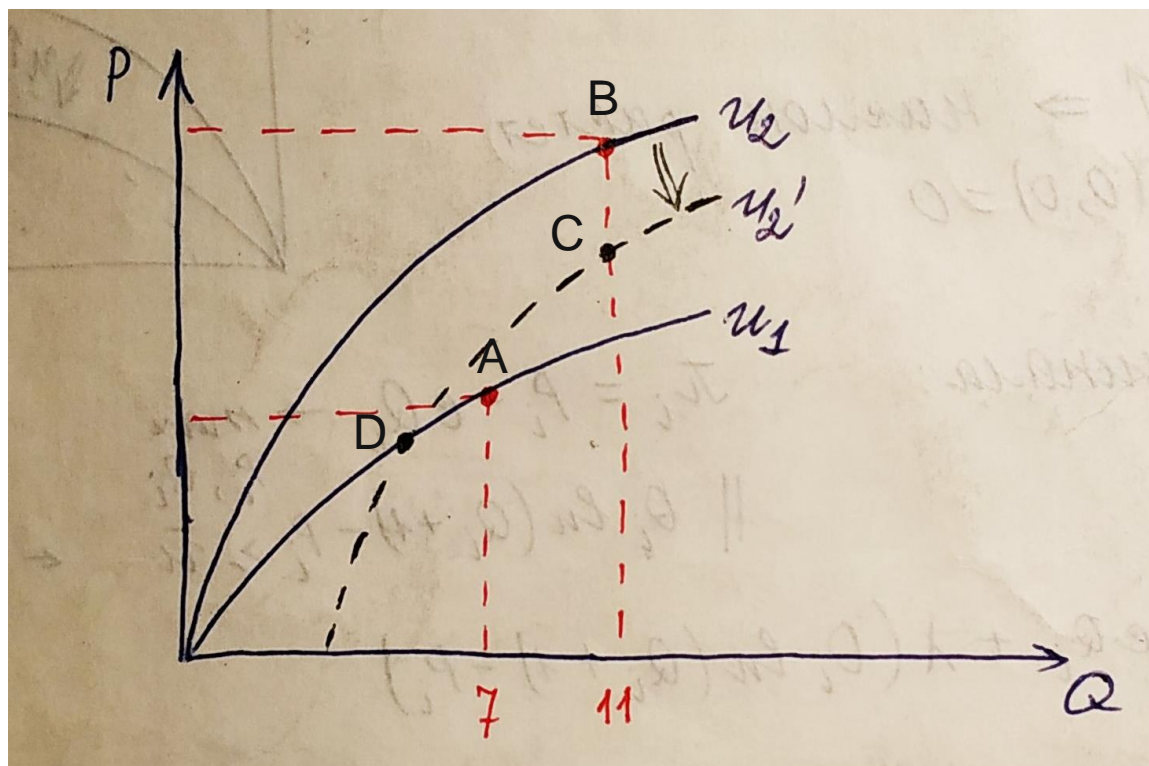
---

Обоснование механизма фильтрации. Необходимо ввести ограничения совместимости по стимулам (полезность от «своего» контракта должна быть не меньше полезности от «чужого» контракта). Такой контракт позволит монополисту дифференцировать агентов.

$$\theta_i \ln(Q_i + 1) - P_i \geq \theta_j \ln(Q_j + 1) - P_j, \quad i, j = \{1; 2\}, \quad i \neq j$$



# Механизм фильтрации



Монополист фиксирует  $Q_2=11$  и подбирает  $P_2$  так, чтобы агент второго типа стал безразличен между «своим» (т. С) и «чужим» (т. D) контрактом.



## Вопрос 3

---

3) Определите, какие контракты предложит монополия потребителям разных типов в случае асимметричной информации с целью борьбы с неблагоприятным отбором. Для этого, прежде всего, определите условия участия и условия совместимости по стимулам для потребителей обоих типов и покажите (графически и аналитически), какие из этих условий эффективны в точке оптимального контракта.

Задача монополиста: 
$$E\pi = \frac{1}{2} \left( P_1 - \frac{1}{4} Q_1 \right) + \frac{1}{2} \left( P_2 - \frac{1}{4} Q_2 \right) \Rightarrow \max_{P_1, Q_i}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_1 \ln(Q_1 + 1) - P_1 \geq 0 \\ \theta_2 \ln(Q_2 + 1) - P_2 \geq 0 \\ \theta_1 \ln(Q_1 + 1) - P_1 \geq \theta_1 \ln(Q_2 + 1) - P_2 \\ \theta_2 \ln(Q_2 + 1) - P_2 \geq \theta_2 \ln(Q_1 + 1) - P_1 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Условия участия} \\ \text{Условия} \\ \text{совместимости} \\ \text{по стимулам} \end{array}$$



## Вопрос 3. Решение

---

$$E\pi = \frac{1}{2}(P_1 - cQ_1) + \frac{1}{2}(P_2 - cQ_2) \Rightarrow \max_{P_i, Q_i}$$

$$\left\| \theta_1 \ln(Q_1 + 1) - P_1 = 0 \right.$$

$$\left\| \theta_2 \ln(Q_2 + 1) - P_2 = \theta_2 \ln(Q_1 + 1) - P_1 \right.$$

$$E\pi = \frac{1}{2} \left( P_1 - \frac{1}{4} Q_1 \right) + \frac{1}{2} \left( P_2 - \frac{1}{4} Q_2 \right) \Rightarrow \max_{P_i, Q_i}$$

$$\left\| 2 \ln(Q_1 + 1) - P_1 = 0 \right.$$

$$\left\| 3 \ln(Q_2 + 1) - P_2 = 3 \ln(Q_1 + 1) - P_1 \right.$$



## Вопрос 3

---

$$E\pi = \frac{1}{2} \left( P_1 - \frac{1}{4} Q_1 \right) + \frac{1}{2} \left( P_2 - \frac{1}{4} Q_2 \right) \Rightarrow \max_{P_i, Q_i}$$

$$\left\| \begin{array}{l} 2\ln(Q_1 + 1) - P_1 = 0 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\| \begin{array}{l} 3\ln(Q_2 + 1) - P_2 = 3\ln(Q_1 + 1) - P_1 \end{array} \right. \quad (2)$$

$$(1) : P_1 = 2\ln(Q_1 + 1)$$

$$\begin{aligned} (2) : P_2 &= 3\ln(Q_2 + 1) - 3\ln(Q_1 + 1) + P_1 = \\ &= 3\ln(Q_2 + 1) - 3\ln(Q_1 + 1) + 2\ln(Q_1 + 1) = \\ &= 3\ln(Q_2 + 1) - \ln(Q_1 + 1) \end{aligned}$$

$$E\pi = \frac{1}{2} \left( 2\ln(Q_1 + 1) - \frac{1}{4} Q_1 \right) + \frac{1}{2} \left( 3\ln(Q_2 + 1) - \ln(Q_1 + 1) - \frac{1}{4} Q_2 \right) \rightarrow \max_{Q_1, Q_2}$$



# Вопрос 3

---

$$E\pi = \frac{1}{2} \left( 2\ln(Q_1 + 1) - \frac{1}{4} Q_1 \right) + \frac{1}{2} \left( 3\ln(Q_2 + 1) - \ln(Q_1 + 1) - \frac{1}{4} Q_2 \right) \rightarrow \max_{Q_1, Q_2}$$

$$\frac{\partial E\pi}{\partial Q_1} = \frac{1}{Q_1 + 1} - \frac{1}{8} - \frac{1}{2(Q_1 + 1)} = 0$$

$$\frac{1}{2(Q_1 + 1)} = \frac{1}{8} \Rightarrow Q_1 + 1 = 4 \Rightarrow Q_1 = 3$$

$$P_1 = 2\ln(Q_1 + 1) = 2\ln 4 = 4\ln 2$$

$$\frac{\partial E\pi}{\partial Q_2} = \frac{3}{2(Q_2 + 1)} - \frac{1}{8} = 0$$

$$\frac{3}{Q_2 + 1} = \frac{1}{4} \Rightarrow Q_2 + 1 = 12 \Rightarrow Q_2 = 11$$

$$P_2 = 3(Q_2 + 1) - \ln(Q_1 + 1) = 3\ln 12 - \ln 4 = 3\ln 12 - 2\ln 2$$



## Вопрос 3

---

$$\begin{aligned} E\pi &= \frac{1}{2} \left( 4 \ln 2 - \frac{3}{4} \right) + \frac{1}{2} \left( 3 \ln 12 - 2 \ln 2 - \frac{11}{4} \right) = \\ &= 2 \ln 2 - \frac{3}{8} + \frac{3}{2} \ln 12 - \ln 2 - \frac{11}{8} = \frac{3}{2} \ln 12 + \ln 2 - \frac{7}{4} \approx 2,67 \end{aligned}$$

$$2,4 < 2,67 < 3,56$$

